Mathematisches Institut der Universität Basel
Vorlesung Infinitesimalrechnung I (WS 99/00)

PD Dr. Jörg Winkelmann

Aufgabenblatt 1

Abgabetermin: 29. Oktober 1999

1. Welche der folgenden Abbildungen sind injektiv?

$$\sqrt{\cdot} : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$$
$$\cos : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \text{ mit } f(x) = x^2 + x$$
$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \text{ mit } f(x) = x^2 + x$$

2. Welche Mengen natürlicher Zahlen werden durch folgende Formeln beschrieben?

$$\begin{aligned} A &= \{n \in \mathbb{N} : \exists m \in \mathbb{N} : m^2 = n\} \\ B &= \{n \in \mathbb{N} : \exists m \in \mathbb{N} : n = 2m + 1\} \\ C &= \mathbb{N} \setminus \{n \in \mathbb{N} : \exists m, p \in \mathbb{N} : (1 < m < n) \wedge (mp = n)\} \end{aligned}$$

3. Welche der folgenden Gleichungen gelten für beliebige Mengen A,B,C?

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

4. Seien $f : A \to B$ und $g : B \to C$ Abbildungen. Man nehme an, dass $g \circ f$ bijektiv ist.

   Folgt daraus, daß f oder g surjektiv oder injektiv ist?

5. Sei $f : X \to Y$ eine Abbildung, A_j eine durch $j \in J$ indizierte Familie von Teilmengen von X.

   Zeige:

$$f\left(\cap_{j\in J} A_j\right) \subset \cap_{j \in J} f(A_j)$$
$$f\left(\cup_{j\in J} A_j\right) \subset \cup_{j \in J} f(A_j)$$

   Für welche der beiden Fällen ist eine echte Inklusion möglich?