Mathematisches Institut der Universität Basel
Vorlesung Infinitesimalrechnung II (SS 2000)

PD Dr. Jörg Winkelmann

Pfingst-Zusatzblatt

Abgabetermin: 20. Juni 2000

Hinweis: Dieses Aufgabenblatt ist nicht obligatorisch. Die hier erzielbaren Punkte gehen nicht in die Berechnung der für das Testat zu erreichenden Mindestpunktzahl ein. Dieses Blatt dient also dem Ausgleich von Punktedefiziten.

P1. Sei [ ] die Gauss-Klammer, d.h. $[x] = \max\{n : n \in \mathbb{Z}, n \leq x\}$. Berechne $\int_0^1 \frac{[nx]}{n} dx$.

P2. Berechne $\int_2^4 \frac{1}{x^2+5x+6} dx$.

P3. Leite eine Rekursionsformel her für: $I_n = \int x(\log x)^n dx$.

P4. Für $n \in \mathbb{N}$, wie oft ist

$$f_n = \begin{cases} x^n \sin(\frac{1}{x}) & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

in $x = 0$ differenzierbar?

P5. Gibt es eine Potenzreihe $f(x) = \sum_k a_k x^k$ mit Konvergenzradius $R > 0$, sodass $f(x) = x \sin(\frac{1}{x})$ für $x \neq 0$?

P6. Zeige, dass es eine Umkehrfunktion für $\tan = \frac{\sin}{\cos} :]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\to \mathbb{R}$ gibt und dass

$$\arctan x + \arctan y = \arctan \frac{x+y}{1-xy}$$

für alle x, y mit $|\arctan x + \arctan y| < \frac{\pi}{2}$.

P7. Berechne $\sum_k k^2 x^k$. (Hinweis: Betrachte Taylorreihen geeigneter Funktionen.)